Misura di raggi cosmici mediante contatori Geiger e statistica dei conteggi

Guida all'attività prevista durante il turno di Laboratorio

Sommario:

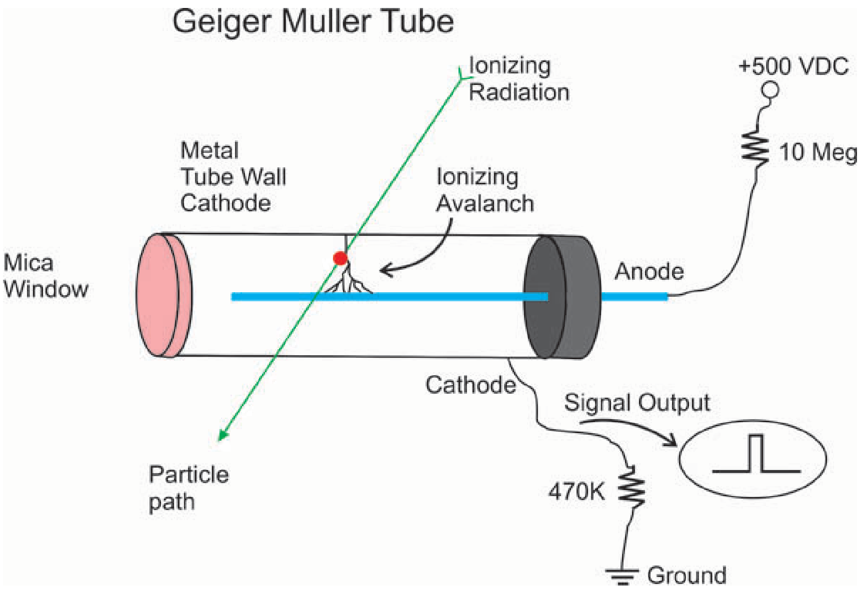
Introduzione

In questa sessione di lavoro cercheremo di capire attraverso delle misure sperimentali e la loro analisi alcune proprietà della radiazione cosmica, in particolare la statistica dei conteggi e la distribuzione di probabilità che li descrive. Utilizzeremo alcuni contatori Geiger, capaci di segnalare il passaggio dei cosmici secondari, e analizzeremo i dati per confrontarli con le previsioni relative alla distribuzione dei conteggi osservati. Questa breve guida all'attività prevista durante la sessione di laboratorio presenta brevemente il funzionamento dei contatori Geiger che saranno utilizzati e le modalità di utilizzo. Descrive poi alcune proprietà di base della statistica dei conteggi, per comprendere – anche tramite delle piccole esercitazioni numeriche – la trattazione dei dati ottenibili da un rivelatore di raggi cosmici e l'utilizzo pratico della distribuzione degli eventi attesi. Nella guida sono comprese anche delle tabelle di lavoro e dei grafici da costruire in base ai dati ottenuti, nonché delle domande e questioni di comprensione e approfondimento degli argomenti affrontati.

1. Il contatore Geiger come rivelatore della radiazione cosmica

1.1 Principio di funzionamento

Il contatore Geiger è un rivelatore di radiazioni che sfrutta la ionizzazione prodotta dalle particelle cariche nel gas di riempimento. La rivelazione è basata sul fatto che una particella carica, nell'attraversare la materia, dissipa la sua energia cedendola agli atomi e molecole del mezzo: se tale energia è maggiore del potenziale di ionizzazione, si possono creare delle coppie elettrone-ione positivo. In un gas ad esempio l'energia necessaria per creare una coppia elettrone-ione positivo è di circa 30 eV, per cui una particella che dissipi in un mezzo energie dei keV o addirittura dei MeV potrà creare centinaia o migliaia di coppie. Lo schema di un rivelatore Geiger è mostrato in figura:



Un cilindro metallico, con diametro pari a qualche centimetro, contiene un gas di riempimento. Esso presenta ad un'estremità una sottile finestra di mica, che permette il passaggio delle particelle da rivelare, specie quelle meno energetiche. Isolato dal cilindro si trova un sottile file conduttore (anodo), mantenuto ad una tensione positiva rispetto al cilindro esterno (catodo). Si crea così un campo elettrico radiale, molto intenso in prossimità del filo centrale. Le coppie elettrone-ione positivo create nel gas dal passaggio delle particelle da rivelare si muoveranno sotto l'azione del campo elettrico. Gli elettroni in particolare saranno accelerati verso il filo centrale e raggiungeranno un'energia tale da ionizzare a loro volta, creando una valanga di cariche elettriche secondarie. In seguito alla carica raccolta si avrà un impulso di tensione che segnala il passaggio della particella, e che può essere inviato ad un opportuno sistema di conteggio per registrare il numero di eventi in un dato intervallo di tempo.

ATTIVITA'

Questione: Se un elettrone di energia 0.3 MeV deposita tutta la sua energia nel contatore, quante saranno le coppie primarie elettrone-ione positivo?

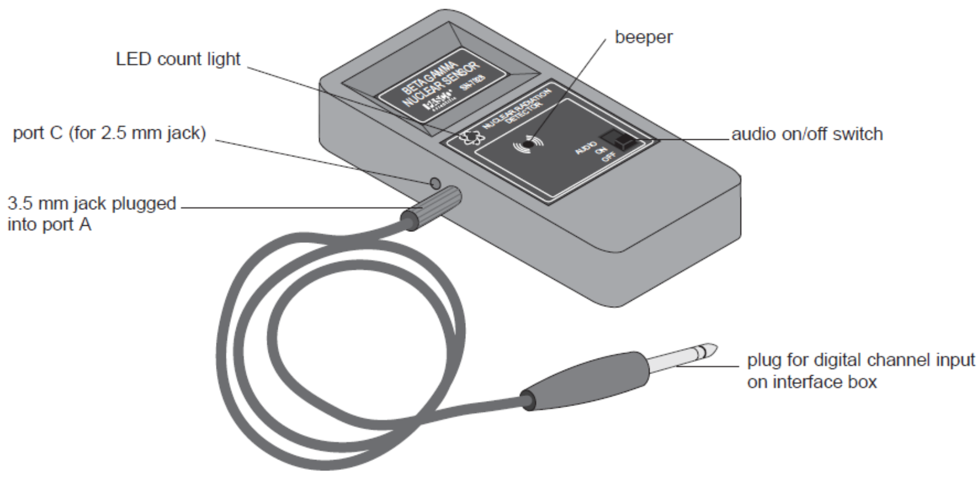
1.2 Radiazione cosmica secondaria e rivelazione mediante contatori Geiger

Un contatore Geiger è sensibile soprattutto alle particelle cariche, capaci di ionizzare all'interno del gas. La sua efficienza intrinseca (probabilità di rivelare una particella), per particelle che penetrino nel gas, è praticamente del 100%. Tuttavia una frazione delle particelle che arrivano sul contatore può essere fermato dalle pareti del contatore stesso, e quindi non essere rivelata. Questo è particolarmente vero ad esempio per particelle alfa (nuclei di He ionizzato), emessi da certe sostanze radioattive, oppure per gli elettroni di bassissima energia. Nel caso della radiazione cosmica secondaria, costituita prevalentemente a livello del mare da mesoni μ (muoni) o da elettroni, l'energia di queste particelle è elevatissima, per cui esse penetrano senza apprezzabile perdita di energia all'interno di un contatore Geiger, e sono dunque rivelate con un'efficienza prossima al 100%. Fin dall'inizio della storia dei raggi cosmici, i contatori Geiger hanno dunque rappresentato uno degli strumenti più utili per rivelare il passaggio di tali radiazioni.

Per il loro modo tipico di funzionare occorre dire tuttavia che questi rivelatori non possono fornire alcuna informazione significativa circa il tipo di particella o la sua energia incidente, limitandosi pertanto a "contare" il numero di particelle in arrivo. Sono inoltre dei rivelatori piuttosto "lenti" (rispetto alla scala dei tempi adoperata nei rivelatori di particelle moderni), producendo segnali tipici della durata dei microsecondi ($1\ \mu s = 10^{-6}$ s), laddove i migliori rivelatori di altro tipo rispondono in tempi 1000-10000 volte minori, cioè con tempi dei nanosecondi.

1.3 Contatori utilizzati e modalità di utilizzo

Per questa sessione di lavoro saranno adoperati dei contatori Geiger commerciali, che possono essere usati sia in modalità "stand-alone", visualizzando il passaggio di una particella mediante l'accensione di un LED, o tramite un bip sonoro, sia opportunamente collegati ad un sistema di acquisizione dati/conteggio, per misure di tipo automatizzato.
La figura mostra uno di questi contatori:



2. Statistica dei conteggi e distribuzioni di probabilità attese

2.1 Conteggi di particelle e fluttuazioni statistiche

In molti fenomeni si è interessati al numero di eventi che si verificano in un determinato intervallo di tempo. Possiamo considerare ad esempio il numero di telefonate che riceviamo in un giorno, o il numero di nascite giornaliere nel reparto maternità di un ospedale, o il numero di globuli rossi osservati in un campo al microscopio,… In tutti questi fenomeni, anche se ripetiamo la misura nelle stesse condizioni, ad esempio se consideriamo più giorni successivi e contiamo il numero di telefonate, oppure il numero di nascite che si verificano, o spostiamo il vetrino del microscopio per contare il numero di globuli rossi in un'altra zona, osserviamo delle variazioni nel numero di eventi. Siamo allora in presenza di fenomeni in cui avvengono delle fluttuazioni statistiche intorno ad un valore medio determinato dal tipo di fenomeno in questione. Le fluttuazioni derivano dal fatto che molteplici fattori influenzano il risultato, cosicché non è prevedibile il valore esatto che quella variabile assumerà in ciascuna misura.

Anche il numero di nuclei radioattivi che decadono in un certo intervallo di tempo o l'arrivo di raggi cosmici su un rivelatore presentano delle fluttuazioni statistiche. Se misuriamo dunque con un rivelatore opportuno il numero di particelle che provengono da una sorgente radioattiva o dallo spazio in intervalli di tempo eguali, non otterremo sempre lo stesso risultato, ma potremo fare delle considerazioni di carattere statistico. Potremo dire ad esempio che in media arrivano 20 particelle al minuto su un rivelatore, anche se in certi intervalli potremo misurare 18 particelle o 21 particelle,… E' chiaro che se in una misura ripetuta nelle stesse condizioni si ottenesse un valore enormemente più elevato o più basso del valore medio, questo potrebbe indicare che qualcosa di diverso è accaduto, cioè che si è verificata una causa non riconducibile a variazioni casuali. L'analisi delle proprietà medie di una serie di valori e delle relative fluttuazioni statistiche costituisce una parte importante dell'analisi delle misure in fisica ed è oggetto della statistica elementare.

E' di interesse in particolare cercare di comprendere quali valori possono verificarsi in una serie di misure e con quale probabilità. L'insieme dei valori di probabilità per ciascun risultato ottenibile costituisce una distribuzione di probabilità. Nel caso degli eventi dovuti a fenomeni radioattivi, di conteggio di raggi cosmici,… ma anche in tanti fenomeni della vita quotidiana, la distribuzione di probabilità che descrive con buona approssimazione come sono distribuite le varie misure prende il nome di distribuzione di Poisson o degli eventi rari.

In questa sessione di lavoro potremo effettuare delle misure ripetute di conteggi di raggi cosmici con dei semplici contatori Geiger e confrontare i risultati ottenuti con la distribuzione di Poisson prevista.

2.2 La distribuzione di probabilità di Poisson per gli eventi rari

Senza entrare nel dettaglio delle nozioni relative alle distribuzioni di probabilità, possiamo semplicemente dire che la distribuzione di Poisson descrive la probabilità di ottenere un certo numero di conteggi ν in un fenomeno in cui il valore medio dei conteggi stessi sia conosciuto e pari a μ, ad esempio la probabilità che avvengano 5 nascite in un giorno in quell'ospedale dove il valore medio delle nascite giornaliere è ad esempio 3. Naturalmente occorre che il fenomeno possa essere ben descritto da questo tipo di distribuzione di probabilità. Questo avviene se siamo in presenza di queste ipotesi:

a) Il numero di possibili eventi è molto grande
b) La probabilità del verificarsi del singolo evento è molto piccola
c) Il valor medio del numero di eventi di interesse è dell'ordine di qualche unità

Ad esempio, nel caso dei fenomeni di decadimento radioattivo il numero di nuclei N che in linea di principio può decadere è enormemente elevato (dell'ordine del numero di Avogadro, 10^{23}), ma la probabilità p che un particolare nucleo tra questi decada in un piccolo intervallo di tempo è enormemente piccola, cosicché il numero medio di nuclei che decade in quell'intervallo di tempo (N x p) può anche assumere valori né troppo piccoli né troppo grandi. In altri fenomeni della vita quotidiana queste ipotesi non sono del tutto rispettate dati i numeri in gioco, ma la distribuzione di Poisson è comunque una buona approssimazione per descrivere tanti fenomeni, come quelli accennati in precedenza.

Come è fatta questa distribuzione?

Dato il valore medio μ, la probabilità di avere ν eventi di interesse è data dalla relazione:

$$P(\nu) = \mu^{\nu} \, e^{-\mu} / \nu! \qquad (1)$$

In questa relazione *e* rappresenta la base dei logaritmi naturali (numero di Nepero o di Eulero, 2.71828….), e il simbolo ν! (detto fattoriale di ν) rappresenta il prodotto dei primi ν numeri interi. Ad esempio, 5! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 = 120. Per definizione si assume 0! = 1.

ATTIVITA'

Riportate a titolo di esempio i fattoriali dei seguenti numeri in tabella:

ν	0	1	2	3	4	5	6	7
ν!								

Per calcolare i valori che la distribuzione di Poisson assume in corrispondenza ai valori della grandezza ν (che rappresenta il numero di eventi) occorre usare la formula (1) riportata sopra, una volta scelto il valore della media μ. Ricordiamo che il valore μ può anche essere un valore decimale (ad esempio 2.5), mentre i valori di ν sono sempre interi.

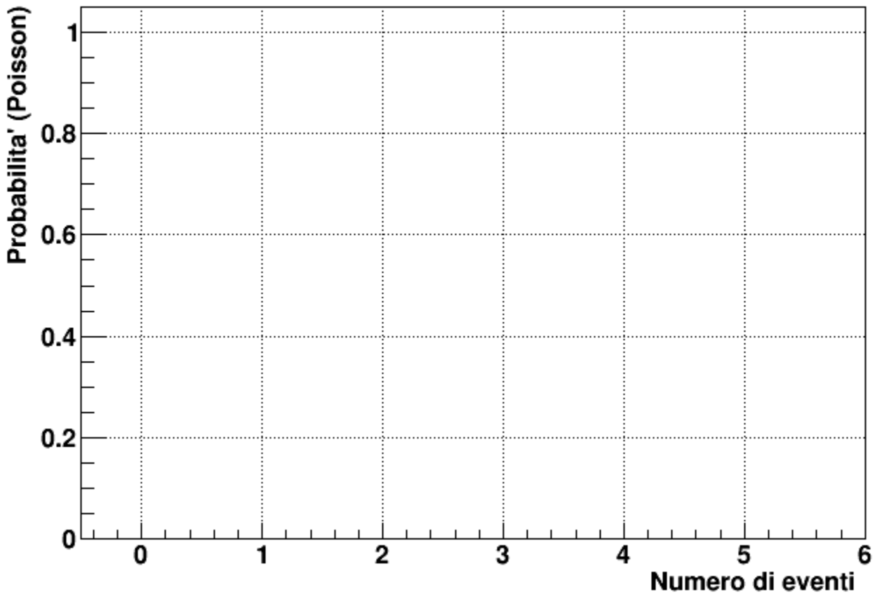
ATTIVITA'

A titolo di esempio, proviamo a calcolare la distribuzione che si ottiene per un valore medio di μ = 2.5, riportando i valori nella tabella seguente:

Valore di ν	**Valore della distribuzione di Poisson**
0	
1	
2	
3	
4	
5	

ATTIVITA'

Possiamo provare a riportare questi valori in un grafico, usando il plot seguente:



Che forma ha la distribuzione di Poisson? Dipende in effetti dal valore di μ. Se questo valore è molto piccolo (ad esempio <1), la distribuzione presenta un massimo intorno a 0-1 e poi diminuisce; se invece μ è abbastanza >1, la distribuzione diventa più simmetrica, con un massimo prossimo al valore medio e valori minori da entrambi i lati.

3. Esercitazione di gruppo: misura dei conteggi, analisi dei dati e confronto con la distribuzione attesa

3.1 Conteggi ed errori statistici: valutazioni preliminari

ATTIVITA'

Effettuare alcune misure di conteggi di breve durata (10-20 secondi) con uno dei contatori Geiger a disposizione, riportandole nella tabella seguente e stimare l'incertezza assoluta e relativa sul numero n di conteggi ottenuti, assumendo valida la distribuzione di Poisson (incertezza assoluta: $\sigma = \sqrt{n}$, Incertezza relativa percentuale: $100 \times \sigma/n = 100 \times \sqrt{n}/n$).

N.ordine misura	Conteggi	Incertezza assoluta	Incertezza relativa (%)
1			
2			
3			
4			

ATTIVITA'

Effettuare adesso alcune misure di conteggi di durata maggiore (ad esempio 1 minuto) e stimare anche per queste misure l'incertezza assoluta e relativa sul numero di conteggi ottenuti, riportandole nella tabella seguente:

N.ordine misura	Conteggi ottenuti	Incertezza assoluta	Incertezza relativa (%)
1			
2			
3			
4			

Confrontare i risultati e fare delle considerazioni sui risultati.

3.2 Esecuzione delle misure

ATTIVITA'

Nelle stesse condizioni del punto precedente, ripetere con il contatore Geiger a disposizione un certo numero di misure di breve durata (ad esempio 10 secondi) e annotare i risultati nella seguente tabella.

N.ordine misura	Conteggi
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
Somma dei valori e incertezza relativa	
Media aritmetica	

Per ciascuna serie di misure ottenuta dallo stesso contatore, valutare la somma dei valori e la corrispondente incertezza relativa - come nel punto precedente – sul numero totale di conteggi. Confrontare questa incertezza con quella tipica delle singole misure. Valutare poi la media aritmetica, data da

Media aritmetica = (Somma dei valori ottenuti)/ numero delle misure

3.3 Istogrammi di frequenza delle misure effettuate

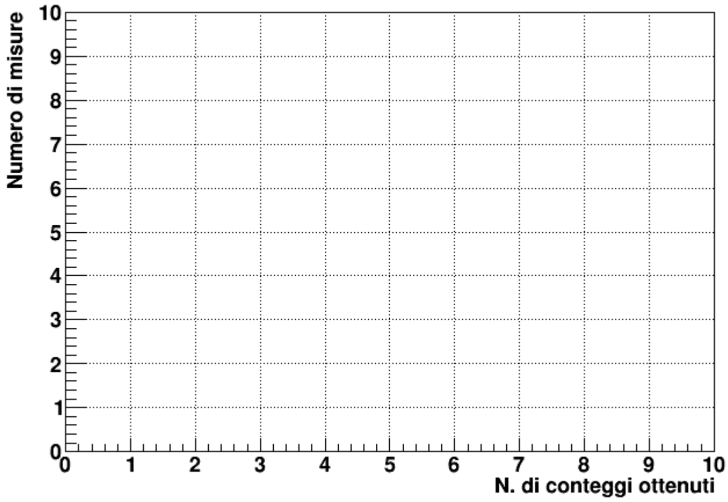
ATTIVITA'

Per la serie di misure ottenute nel punto precedente, valutare quante volte è stato ottenuto il valore 0 conteggi, quante volte il valore di 1 conteggio, quante volte il valore di 2 conteggi,…, riportando i risultati nella seguente tabella.

Numero conteggi	Numero di misure
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

ATTIVITA'

Costruire con queste serie di dati un grafico (ad esempio sotto forma di istogramma a barre), riportando in ascisse il numero di conteggi e in ordinate il numero di misure che hanno dato quel valore.



ATTIVITA'

Fare delle considerazioni circa i risultati ottenuti dai diversi gruppi confrontando l'istogramma ottenuto da voi con quello ottenuto dagli altri gruppi. In particolare:

a) Ciascuna delle distribuzioni ha una forma ben definita?
b) Le distribuzioni sono esattamente eguali? Sono simili? Sono molto diverse?
c) Il valore più probabile (corrispondente al massimo della distribuzione, che comunque è un numero intero) coincide con il valore medio calcolato nella tabella?
d) Le distribuzioni hanno una forma simmetrica rispetto al valore più probabile?
e) E' stato ottenuto in qualche caso un numero di conteggi molto più elevato del valore più probabile?

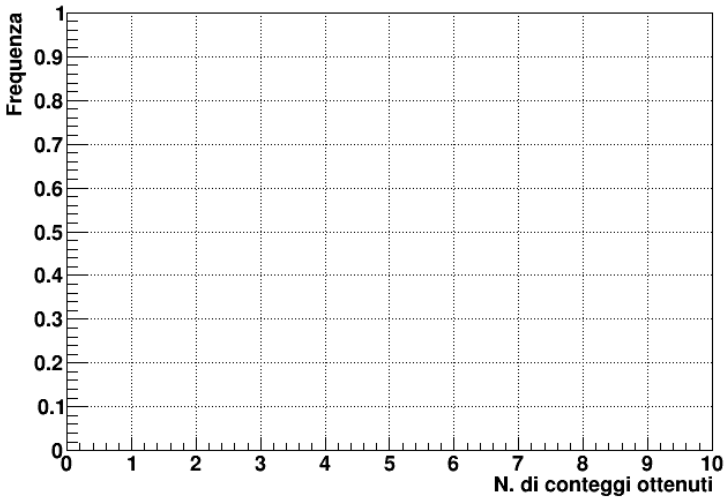
ATTIVITA'

Nell'ipotesi che le misure siano state fatte nelle stesse condizioni, possiamo sommare i risultati ottenuti con i diversi contatori dai vari gruppi, riportando i valori nella seguente tabella (seconda colonna). Dividere i valori riportati nella seconda colonna per il numero complessivo di misure, ottenendo la frequenza, da riportare nella terza colonna. Verificare che la somma di tutte le frequenze dia un valore pari a 1 entro gli arrotondamenti numerici del calcolo. Tale proprietà (di normalizzazione) consentirà di confrontare l'istogramma di queste frequenze con il valore fornito dalla distribuzione di probabilità attesa.

Numero di conteggi	**Numero di misure C1 + C2 + C3 + C4**	**Frequenza = Numero di misure (C1+C2+C3+C4)/Numero totale di misure**
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
		Somma frequenze =

ATTIVITA'

Riportare in un grafico i valori di frequenza, utilizzando il plot seguente:



3.4 Confronto con la distribuzione di Poisson

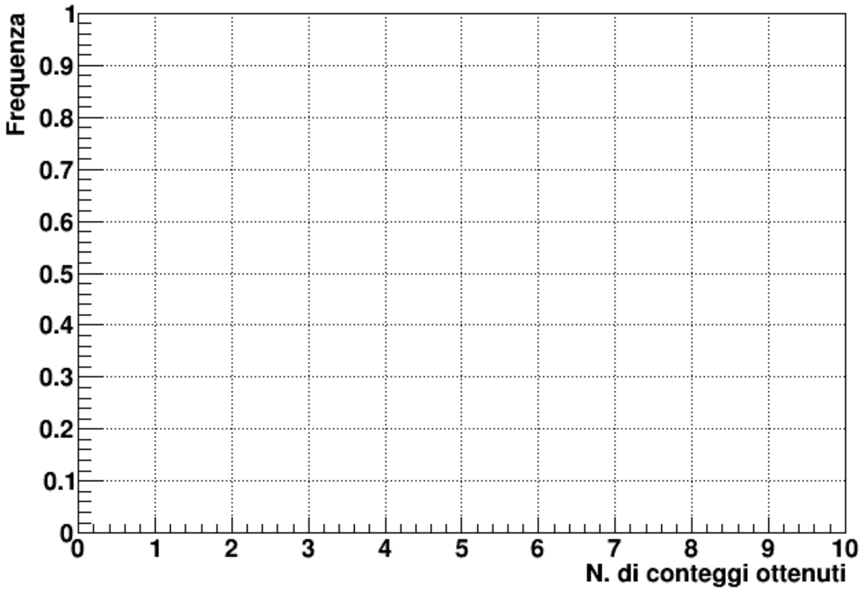
ATTIVITA'

Per confrontare l'istogramma ottenuto dai dati sperimentali con quello previsto dalla distribuzione di Poisson, occorre calcolare la media aritmetica μ di tutte le misure, che può essere semplicemente ottenuta dalle medie aritmetiche già calcolate alla fine della tabella riassuntiva delle diverse serie di misure, facendo ulteriormente la media delle diverse medie. Questo parametro μ è quello da utilizzare nel calcolo dei valori della distribuzione di Poisson, Formula (1), che possiamo riportare nella seguente tabella. Per rendere più agevole il confronto si possono riportare nella seconda colonna i valori già ottenuti nella tabella precedente e nell'ultima colonna i valori teorici.

Numero di conteggi	Frequenza sperimentale	Frequenza teorica
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

ATTIVITA'

Per un eventuale confronto grafico, si possono riportare le due serie di valori nel plot seguente, utilizzando due colori o due tipi di linea per i valori sperimentali e teorici.



ATTIVITA'

Fare delle considerazioni in seguito all'esito del confronto (effettuato nella tabella o tramite il grafico) tra distribuzione sperimentale e distribuzione di Poisson attesa. In particolare:

a) Le due distribuzioni sono simili o molto differenti?
b) Vi aspettate di trovare un accordo perfetto tra le due distribuzioni?
c) Di che ordine è la discrepanza tra le due distribuzioni per ciascun punto?
d) Perché le due distribuzioni possono essere diverse tra loro?
e) Vi aspettate che effettuando più misure l'accordo tra le distribuzioni migliori? Perché?
f) Se anziché valutare il numero di conteggi in un intervallo piccolo (10 s) lo valutassimo in tempi più lunghi, come sarebbero distribuite le misure?